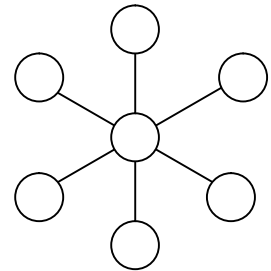


Számelméleti feladatok a Nemzetközi Kenguru Matematika Versenyen

Az előadáson a következő feladatok megoldására kerül sor (többek között):

1. A 2002 egy olyan szám, amelyet ha visszafelé olvasunk, ugyanazt a számot kapjuk. Hány ilyen 2 jegyű, 3 jegyű, 4 jegyű ... szám létezik? (2002/5-6/1)
2. Jancsi leírta növekvő sorrendbe azokat a háromjegyű számokat, amelyeknek mindhárom számjegye különböző. Mennyivel nagyobb az utolsónak leírt szám az elsónél? Mi a helyzet 2 jegyű, 4 jegyű, ... esetben? (2002/5-6/7)
3. Egy háromjegyű, pozitív egész szám számjegyeinek összege legyen x , az x számjegyeinek összege pedig y . Mennyi az y lehető legnagyobb értéke? Mi a helyzet 4 jegyű, ... szám esetében? (2002/5-6/13)
4. Alfonz, Béni, Csongor, Dezső és Egon megmérték egymást egy mérlegen kettesével, az összes lehetséges párosításban. A mért értékek kg-ban megadva a következők voltak: 90, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 100, 101. Hány kg az öt fiú tömege együtt? (2002/5-6/15)
5. A gyerekek *Bumm!*-ot játszanak. Sorolják a pozitív egész számokat 1-től 100-ig és ha a sorra kerülő szám osztható 3-mal vagy 3-ra végződik, akkor helyette *Bumm!*-ot kell kiáltani. Összesen hányszor hangzik el a kiáltás? (2002/5-6/16)
6. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 és 7 számokat szeretnénk beírni az ábrán látható körökbe úgy, hogy mindhárom egyenesen a számok összege ugyanannyi legyen. (2002/5-6/23)
7. Legfeljebb hány számot lehet kiválasztani a 30-nál nem nagyobb pozitív egészek közül, hogy a kiválasztott számok szorzata ne legyen osztható 72-vel? (2002/5-6/27)
8. A 28 prímszámok szorzataként $28=2*2*7$ alakban írható fel, a felbontásban szereplő prímelek összege 11. Hány olyan 28-nál nagyobb szám van, amelyet ha az előbbi módon felírunk prímszámok szorzataként, akkor a felbontásban szereplő prímelek összege 11 lesz? (2002/5-6/29)
9. Egyik év májusában három vasárnap esett a hónap páros sorszámú napjára. Milyen napra esett ebben az évben május 20-a? (2002/7-8/18)
10. Mennyi azoknak a négyjegyű, pozitív számoknak az összege, amelyekben az 1, 2, 3 és 4 számjegyek mindegyikéből pontosan egy darab szerepel? (2002/7-8/22)
11. Egy sorozat elemei pozitív egész számok, a harmadiktól kezdve mindegyik elem az összes azt megelőző elem összege. A sorozat első eleme 1, n -edik eleme 1000. Mekkora a második elem, ha n a lehető legnagyobb? (2002/7-8/25)
12. Hány olyan négyjegyű pozitív egész szám van, amelyben az első két számjegy összeolvasásával kapott kétjegyű számhoz a harmadik és a negyedik számjegyet hozzáadva az utolsó két számjegy összeolvasásával kapott kétjegyű számot kapjuk? (Például a 6370 jó, mert $63+7+0=70$.) (2002/7-8/26)
13. Hány 0-ra végződik az első 2002 darab pozitív prímszám szorzata? (2002/9-10/6)
14. Egy számítógépes vírus törli a lemezen tárolt információkat. Első nap az információk felét semmisíti meg. Másnap az épen maradt információk egyharmada esik áldozatul. A harmadik napon az addig épen maradt információk negyedét, negyedik napon a még



mindig sértetlen információk egyötödét pusztítja el a vírus. A lemezen tárolt információk hányad része lesz még négy nap után is sértetlen? (2002/9-10/8)

15. A matematika órán a tanárnő mondott egy számot Ferinek. Feri vagy hozzáadott 3-at, vagy kivont belőle 2-t, vagy vette a reciprokát, vagy négyzetre emelte és az eredményt megmondta Gábornak. Gábor ismét az előbb említett négy számítás egyikét végezte el, majd megmondta az eredményt Sanyinak, aki ismét elvégezte a számítások valamelyikét, majd az eredményt felírta a táblára. Legfeljebb milyen nagy lehetett a táblára felírt szám, ha a tanárnő 1,99-ot mondott? (2002/9-10/16)
16. Mennyi a $2 \times 2^2 + 3 \times 2^3 + 4 \times 2^4 + \dots + 10 \times 2^{10}$ kifejezés értéke? (2002/9-10/22)
17. Hány olyan 10^{2002} -nél kisebb pozitív egész szám van, melynek számjegyeinek összege 2? (2002/9-11/27)
18. Hány olyan 9-cel osztható négyjegyű szám van, amelyben pontosan két darab 3-as számjegy szerepel? (2002/9-10/29)
19. Albert és Bence a következő játékot játsszák. Albert felír n darab különböző pozitív egész számot egy lapra, és megmutatja őket Bencének. Bence kiválasztja az egyik számok, de nem mondja meg. Azt viszont elárulja, hogy osztható-e az általa kiválasztott szám 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, ... 19-cel és 20-szal. A 19 válasz elhangzása után Albert kitalálja a kiválasztott számot. Legfeljebb mekkora lehet az n értéke, hogy Albert szerencse nélkül is mindig sikerrel járjon? (2002/9-10/30)
20. Az a és b pozitív egész számok legnagyobb közös osztója 3, továbbá $\frac{a}{b} = 0,4$. Mekkora az ab szorzat értéke? (2002/11-12/11)
21. A bergengóc nyelv nagyon különleges. Minden szava 6 betűs, és az A, B, E, L, R és S betűk valamilyen sorba rendezésével kapható. (minden szóban minden betű egyszer szerepel.) A betűk minden sorrendje értelmes szót alkot, és szerepel a Bergengóc Értelmező Szótárban. Melyik a szótár 537-edik szava? (A bergengóc ábécé azonos a magyarral.) (2002/11-12/13)
22. Egy sorozat első eleme 1, a 11-edik eleme pedig 1000. A harmadik elemtől kezdve mindegyik elem egyenlő az azt megelőző összes elem összegével. Mennyi a sorozat második eleme? (2002/11-12/21)
23. Melyik az a legnagyobb k kitevő, amelyre 2001^k osztója a $2002!$ -nak, vagyis az első 2002 pozitív egész szám szorzatának? (2002/11-12/24)