

XVII. NAGY KÁROLY MATEMATIKAI DIÁKTALÁLKOZÓ
Szoldatics József (www.szolda.hu)

Számtani sorozat: $a_1 = a; \quad a_n = a_{n-1} + d$

Mértani sorozat: $a_1 = a; \quad a_n = qa_{n-1}$

Vegyes sorozat: $a_1 = 1; \quad a_n = 2a_{n-1} + 3$

$a_1 = a; \quad a_n = qa_{n-1} + d \quad q \neq 0; d \neq 0$

Adjuk meg a következő sorozatok n . tagját zárt alakban!

1. $a_1 = 1; \quad a_n = \frac{1}{n^2} a_{n-1}$

2. $a_1 = 2(=a); a_2 = 5(=b); \quad a_n = \frac{a_{n-1} + 1}{a_{n-2}} \quad (ab \neq 0; b \neq -1; a + b \neq -1)$

3. $a_1 = 1; \quad a_n = (n-1)a_{n-1} + n^2 - 3n + 1$

4. $a_1 = 2; \quad a_n = 2 + 2\sqrt{2} \sqrt{a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}}$

5. $a_1 = 1; \quad a_n = 4 + 4\sqrt{a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}}$

6. $a_1 = 1; \quad a_n = (n-1)a_{n-1} + (n-1)(n-2)a_{n-2} + (n-1)(n-2)(n-3)a_{n-3} + \dots$

7. $a_1 = 1; \quad a_n = \frac{n+1}{n-1} (a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1})$

8. $a_1 = 1; \quad a_n + \frac{1}{n} = a_{n-1} + \frac{1}{n-1}$

9. $a_1 = 2; \quad a_n = 2\sqrt{\frac{a_{n-1}}{2}} + 1$

Bizonyítsuk be, hogy minden tag egész szám!

10. $a_1 = 1; \quad a_n = \frac{1}{2} (3a_{n-1} + \sqrt{5a_{n-1}^2 - 4})$

11. $a_1 = 1; \quad a_n = 2a_{n-1} + \sqrt{3a_{n-1}^2 + 1}$

12. $a_1 = 1; \quad a_n = 3a_{n-1} + \sqrt{8a_{n-1}^2 - 8}$

13. $a_1 = 2; \quad na_n = 2(2n-1)a_{n-1}$

Javasolt megoldási sorrend: 1 → prím → négyzetszám → maradék

